VYTAUTO DIDŽIOJO UNIVERSITETAS
Informatikos fakultetas

MOKYKLA DELTA

8 KLASĖ

5-8 klasių matematikos olimpiada "Matematinis iššūkis"

---

1. Iš kartono pagaminta atvira kubo formos dėžutė (be dangčio). Tam sunaudota 90 cm^2 kartono. Kam lygus dėžutės briaunos ilgis?

A $3\sqrt{2}$ **B** $2\sqrt{3}$ **C** 15 **D** 18

Sprendimas. Dėžutės keturios šoninės sienos ir dugnas yra lygūs kvadratai. Kiekvieno iš šių penkių kvadratų plotas lygus $90 : 5 = 18$ cm^2. Tuomet kvadrato kraštinės ilgis lygus $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.
Atsakymas. **A**.

2. Saloje apsigyveno 128 pelės. Kiek pelių bus saloje po vienerių metų, jeigu kas mėnesį jų skaičius padvigubėja?

A 2^{17} **B** 2^{18} **C** 2^{19} **D** 2^{20}

Sprendimas. $128 = 2^7$. Kadangi kas mėnesį skaičius padvigubėja, o metuose yra 12 mėnesių, tai po vienerių metų pelių skaičius bus lygus $2^7 \cdot 2^{12} = 2^{7+12} = 2^{19}$.
Atsakymas. **C**.

3. Skaičių x ir y santykis yra $4 : 5$. Jeigu skaičių x padidinsime 25 %, o skaičių y padidinsime 20 %, tai kam bus lygus gautų skaičių santykis?

Sprendimas. Skaičių x ir y santykis lygus $4 : 5$, todėl šiuos skaičius galime pažymėti atitinkamai $4t$ ir $5t$.
Pirmą skaičių padidinę 25 %, gauname $1{,}25 \cdot 4t = 5t$.
Antrą skaičių padidinę 20 %, gauname $1{,}2 \cdot 5t = 6t$.
Gautų skaičių santykis lygus $\frac{5t}{6t} = \frac{5}{6}$.
Atsakymas. $5 : 6$.

4. Raskite visų natūraliųjų skaičių x, tenkinančių nelygybę $\frac{1}{2} < \frac{x}{4} < \frac{9}{8}$, sumą.

Sprendimas. $\frac{1}{2} < \frac{x}{4} < \frac{9}{8}, \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{8} < \frac{2x}{8} < \frac{9}{8}, \quad \Rightarrow \quad 4 < 2x < 9.$
Šios dvigubosios nelygybės natūralieji sprendiniai yra 3 ir 4. Jų suma lygi 7.

Atsakymas. 7.

VYTAUTO DIDŽIOJO UNIVERSITETAS
Informatikos fakultetas

MOKYKLA DELTA

8 KLASĖ

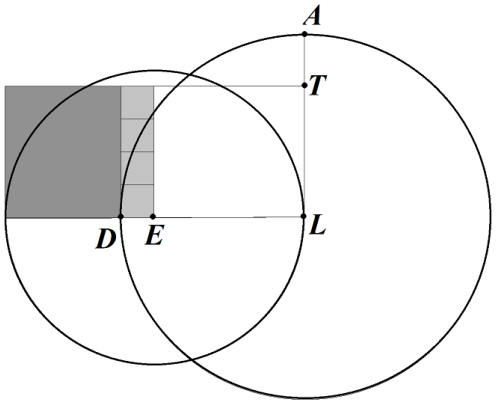
5-8 klasių matematikos olimpiada “Matematinis iššūkis”

---

5. Danielius teisingoje skaitinėje lygybėje skirtingus skaitmenis pakeitė skirtingomis raidėmis, o vienodus – vienodomis, ir gavo rebusą $\overline{RL} + \overline{KL} + \overline{IM} = \overline{PI} + \overline{ADA}$. Rebuse skaitmens 1 nėra. Kam gali būti lygus skaičius $\overline{ADA}$?

Sprendimas. Kairėje lygybės pusėje esančių dviženklių skaičių suma yra mažesnė už 300, todėl ir $\overline{ADA} < 300$, t. y. $A < 3$. Kadangi $A \neq 0$ ir $A \neq 1$, tai $A = 2$.
Kiekvieną skaičių rebuse užrašome skyrių suma:
$(10R + L) + (10K + L) + (10I + M) = (10P + I) + (200 + 10D + 2)$,
$10R + L + 10K + L + 10I + M = 10P + I + 202 + 10D$,
$10D = 10R + 10K + 9I + 2L + M - 10P - 202$.
Nustatykime didžiausią galimą D reikšmę. Dešinėje lygybės pusėje esančio reiškinio reikšmė bus didžiausia, kai: $R = 9, K = 8$ arba atvirkščiai $R = 8, K = 9$;
$I = 7, L = 6, M = 5$;
P būtų lygus mažiausiam galimam skaičiui.
Kadangi $P \neq 1, P \neq A = 2$, tai $P \geq 3$.
Vadinasi, $10D \leq 10 \cdot 9 + 10 \cdot 8 + 9 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 5 - 10 \cdot 3 - 202 = 18$. Kadangi $D \neq 1$, tai $D = 0$.
Parodykime, kad skaičius $\overline{ADA}$ gali būti lygus 202. Pavyzdžiui, $57 + 97 + 86 = 38 + 202$.
Atsakymas. 202.

6. Brėžinyje matote keturis nuspalvintus mažus kvadratus, vieną nuspalvintą didesnį kvadratą bei du apskritimus: didesnįjį, kurio centras yra taške L, ir mažesnįjį, kurio centras yra taške E. Raskite atkarpos TA ilgį, jei didesnio kvadrato kraštinės ilgis lygus 20.



Sprendimas. Keturi maži kvadratai turi bendrų kraštinių, todėl jie yra lygūs. Didesnio kvadrato kraštinės ilgis yra keturis kartus didesnis už mažo kvadrato kraštinės ilgį, todėl mažo kvadrato kraštinės ilgis lygus $20 : 4 = 5$.
Mažesnio apskritimo spindulio ilgis lygus $5 + 20 = 25$.
Vadinasi, ir $EL = 25$.
Didesnio apskritimo spindulio ilgis lygus $25 + 5 = 30$.
Tuomet $AT = AL - TL = 30 - 20 = 10$.
Atsakymas. 10.

VYTAUTO DIDŽIOJO UNIVERSITETAS
Informatikos fakultetas

MOKYKLA DELTA

8 KLASĖ

5-8 klasių matematikos olimpiada “Matematinis iššūkis”

---

7. Visi skirtingi vienaženkliai skaičiai, kurie nė vienas nelygus nuliui, padalinti į tris grupes – po tris kiekvienoje grupėje. Kiekvienoje grupėje apskaičiuota visų joje esančių skaičių sandauga. Didžiausią (arba vieną iš didžiausių, jeigu yra kelios lygios) iš šių sandaugų pažymėkime raide A. Kokia yra mažiausia galima A reikšmė?

Sprendimas. A reikšmė gali būti lygi 72. Pavyzdžiui: $1 \cdot 8 \cdot 9 = 72$, $3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$, $2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$.
Įrodykime, kad A reikšmė negali būti mažesnė už 72.
Tarkime priešingai, kad $A < 72$. Skaičius 71 yra pirminis, todėl $A \neq 71$. Tuomet $A \leq 70$.
Kai $A = 70$, tai visų trijų sandaugų sandauga yra ne didesnė už $70 \cdot 70 \cdot 70 = 343\,000$.
Bet visų devynių vienaženklių skaičių, kurių nė vienas nelygus nuliui, sandauga lygi
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 362\,880 > 343\,000$.
Vadinasi, prielaida yra neteisinga. Mažiausia galima A reikšmė yra 72.
Atsakymas. 72.