VYTAUTO DIDŽIOJO UNIVERSITETAS
Informatikos fakultetas

MOKYKLA DELTA

6 KLASĖ

5-8 klasių matematikos olimpiada “Matematinis iššūkis”

---

1. Kurio skaičiaus visų pirminių daliklių suma lygi 14?
A 14 **B** 35 **C** 48 **D** 70

Sprendimas. Pirminiai skaičiaus 70 dalikliai yra 2, 5 ir 7. Jų suma lygi $2 + 5 + 7 = 14$.
Atsakymas. **D.**

2. Stačiakampio gretasienio matmenys yra a cm, b cm ir c cm, be to, $a > b > c$. Jeigu vieną iš šių matmenų padidinsime 2 cm, tai gretasienio tūris:
A bus didžiausias, jeigu padidinsime a.
B bus didžiausias, jeigu padidinsime b.
C bus didžiausias, jeigu padidinsime c.
D bus toks pats, padidinus bet kurį matmenį.

Sprendimas. Pasirinkę tris skaičius ir pakeitė paeiliui kiekvieną jų dviem vienetais didesniu skaičiumi, matome, kad trijų skaičių sandauga labiausiai padidėja, kai padidinamas mažiausias skaičius.
Atsakymas. **C**.

3. Andrius važiuoja dviračiu iš Zarasų į Molėtus, o Benas dviračiu – iš Molėtų į Zarasus. Kai Andrius nuvažiavo trečdalį kelio, o Benas – ketvirtadalį kelio, tai Andrius buvo nuvažiavęs 7 kilometrais daugiau už Beną. Kam lygus atstumas tarp Zarasų ir Molėtų?

Sprendimas. Raskime, kurią atstumo tarp Zarasų ir Molėtų dalį, sudaro berniukų nuvažiuotų dalių skirtumas: $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$. Kadangi $\frac{1}{12}$ atstumo lygi 7 km, tai atstumas tarp miestų lygus $7 \cdot 12 = 84$ km.

Atsakymas. 84 km.

4. Meškiukas, Paršelis, Triušis ir Asiliukas rado pilną statinaitę medaus ir visą medų iš jos suvalgė. Paršelis suvalgė pusę to, ką suvalgė Meškiukas, Triušis – pusę to, ko nesuvalgė Meškiukas, o Asiliukui teko tik dešimtoji viso medaus dalis. Kokia viso medaus dalis atiteko Triušiui?

Sprendimas. Pagal sąlygą Paršelis suvalgė pusę to, ką suvalgė Meškiukas, o Triušis – pusę to, ko nesuvalgė Meškiukas. Vadinasi, Paršelis kartu su Triušiu suvalgė pusę viso medaus. Antrą pusę medaus suvalgė Meškiukas ir Asiliukas. Asiliukas suvalgė dešimtadalį viso medaus, todėl Meškiukas suvalgė $0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}4$ viso medaus ir nesuvalgė 0,6 viso medaus. Triušis suvalgė pusę to, ko nesuvalgė Meškiukas, t. y. 0,3 viso medaus.
Atsakymas. 0,3.

VYTAUTO DIDŽIOJO UNIVERSITETAS
Informatikos fakultetas

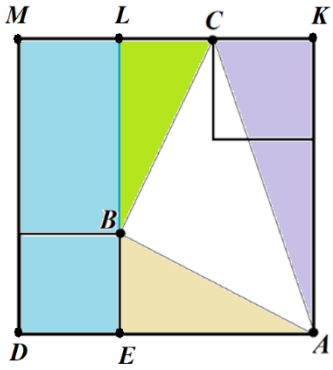
MOKYKLA DELTA

6 KLASĖ

5-8 klasių matematikos olimpiada "Matematinis iššūkis"

---

5. Brėžinyje pavaizduoti trys kvadratai. Didžiausio kvadrato kraštinės ilgis lygus 6, o kiekvieno mažesnio kvadrato kraštinės ilgis lygus 2. Trijų kvadratų viršūnės pažymėtos taškais A, B ir C. Raskite trikampio ABC plotą.



Sprendimas. Pratęsiame EB iki susikirtimo su MK.

$S_{AKMD} = 6^2 = 36$,

$S_{ELMD} = 2 \cdot 6 = 12$,

$S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$,

$S_{AKC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$;

$S_{BLC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$.

Tuomet $S_{ABC} = S_{AKMD} - S_{ELMD} - S_{ABE} - S_{AKC} - S_{BLC} = 36 - 12 - 4 - 6 - 4 = 10$.

Atsakymas. 10.

6. Kiekvienas salos gyventojas yra arba melagis (visada meluoja), arba riteris (visada sako tiesą). Bet kurie du salos gyventojai yra skirtingo ūgio. Kiekvienas salos gyventojas pasakė du teiginius:

1. Saloje nėra nė vieno gyventojo, žemesnio už mane.
2. Salos gyventojų, aukštesnių už mane, yra daugiau kaip 2024.

Kiek saloje yra gyventojų? Kiek tarp jų yra melagių?

Sprendimas. Pirmas teiginys yra teisingas tik tuo atveju, kai jį pasako žemiausias salos gyventojas. Visi likusieji salos gyventojai, sakydami šį teiginį, meluoja. Todėl saloje yra tik vienas riteris – tas, kuris yra mažiausio ūgio. Jo pasakytas antras teiginys yra teisingas, todėl saloje yra daugiau kaip 2024 salos gyventojai, kurie už jį yra aukštesni. Kadangi jie visi yra melagiai, tai melagių saloje yra ne mažiau kaip 2025. Paimkime antrą pagal ūgį salos gyventoją. Jis yra melagis, todėl jo teiginys yra melas ir saloje yra ne daugiau kaip 2024 gyventojai, aukštesni už jį. Vadinasi, saloje iš viso yra ne daugiau kaip 2025 melagiai, įskaitant ir antrą pagal ūgį salos gyventoją. Taigi, iš vienos pusės saloje yra ne mažiau kaip 2025 melagių, o iš kitos pusės melagių yra ne daugiau kaip 2025, todėl saloje yra lygiai 2025 melagiai. Iš viso saloje gyvena $1 + 2025 = 2026$ gyventojai.

Atsakymas. 2026 gyventojai, 2025 melagiai.

7. Kiek daugiausia skirtingų skaitmenų galima surašyti ratu taip, kad kiekviena dviejų gretimų skaitmenų pora, skaitoma bet kuria kryptimi (t. y. kaip dviženklis skaičius), sudarytų pirminį skaičių?

Sprendimas. Tarp skaitmenų negali būti nei lyginių skaitmenų (0, 2, 4, 6, 8), nei 5. Dviženkliai skaičiai, kuris baigiasi lyginiu skaitmeniu, dalijasi iš 2, o skaičiai, kuris baigiasi penkiais, dalijasi iš 5.
Lieka skaitmenys: 1, 3, 7, 9. Jeigu surašysime juos visus, tai 9 bus arba šalia 3, arba šalia 1. Bet 93 nėra pirminis, nes dalijasi iš trijų, o 91 nėra pirminis, nes dalijasi iš septynių. Taigi, negalime rašyti ir 9.
Skaitmenis 1, 3, 7 galima surašyti bet kuria tvarka: skaičiai 13, 31, 37, 73, 71 ir 17 yra pirminiai.

Atsakymas. 3.