

7 klasei

1. Laikrodis rodo lygiai 14 valandų. Raskite kampą tarp rodyklių lygiai po 20 minučių.

Sprendimas. Lankas tarp dviejų gretimų valandinių padalų yra lygus 30 laipsnių. Per 20 minučių, t.y. per trečdalį valandos, valandinė rodyklė nueis trečdalį šio lanko, t.y. 10 laipsnių. Iki trečios valandos padalos jai bus likę 20 laipsnių. Per tą laiką minutinė rodyklė atsidurs ties 4 valandos padala. Tarp trečios ir ketvirtos valandos padalų yra 30 laipsnių, plus 20 laipsnių, kurių valandinė rodyklė nepriėjo iki trečios valandos padalos, iš viso susidaro 50 laipsnių.

2. Trys darbininkai dirbdami atskirai visą darbą atliktų per 1,5h, 2h, 3h. Per kiek minučių visi trys darbininkai atliktų darbą dirbdami kartu?

Sprendimas.

1 būdas. Vienas darbininkas per pusvalandį atlieka $\frac{1}{3}$, kitas $\frac{1}{4}$, o trečias – $\frac{1}{6}$ dalį darbo. Visi kartu per pusvalandį (t.y. per 30 minučių) atlieka $\frac{3}{4}$ darbo. Tuomet visą darbą atliks per 40 minučių.

2 būdas. Vienas darbininkas per 6 valandas atliktų 4 tokius darbus, antras tris, trečias – du. Visi kartu per 6 valandas jie atliktų 9 tokius darbus. Tad skaičiuodami, per kiek laiko jie atlieka vieną darbą, 6 dalijame iš 9 ir gauname $\frac{2}{3}$ valandos arba 40 minučių.

3. Raskite penkis paeiliui einančius sveikuosius skaičius, kurių pirmųjų trijų skaičių kvadratų suma būtų lygi paskutiniųjų dviejų skaičių kvadratų sumai.

Atsakymas. Pirmieji trys skaičiai yra $-2, -1, 0$, o paskutiniai du yra 1 ir 2 .

4. Skaičiaus kiekvieni du gretimi skaitmenys sudaro dviženklį skaičių, kuris yra tam tikro natūraliojo skaičiaus kvadratas. Kiek daugiausiai skaitmenų gali turėti toks skaičius?

Sprendimas. Išsirašykime visus dviženklus skaičius, natūraliųjų skaičių kvadratus: $16; 25; 36; 49; 64; 81$. Bandykim iš jų sudaryti kuo ilgesnį pageidaujama skaičių. Skaičius 25 iš karto atkrinta, nes 2 nebus jokio kvadrato paskutinis skaitmuo, o 5 – jokio kvadrato pirmasis skaitmuo. Skaičius 36 galėtų būti tik skaičiaus priekyje. Bet tuomet būtų 3649 ir daugiau nėra ką prijungti. Belieka bandyti sujungti ieškomąjį skaičių iš likusių keturių skaičių. Toks skaičius yra 81649 . Tai daugiausiai toks skaičius gali turėti 5 skaitmenis.

5. Jonas ėjo ežero link. Priėjęs kryžkelę, pamatė du kelius, kurių vienas ėjo ežero link, o kitas – ne, bet Jonas nežinojo, kuris. Kryžkelėje sėdėjo du iš matymo pažįstami broliai dvyniai – Garbis ir Gurbis. Garbis yra garbingas ir visada sakydavo tiesą, o Gurbis – melagis, jis visuomet meluodavo. Į bet kurį klausimą jie atsakydavo arba „taip“, arba „ne“. Visa tai Jonui buvo žinoma, tik jis negalėjo dvynių atskirti. Tada jis vienam iš jų pateikė vieną klausimą. Koks tai buvo klausimas, jei Jonas iš atsakymo neklysdamas nustatė, kuris kelias eina link ežero?

Sprendimas. Akivaizdu, kad tiesiogiai klausdamas, Jonas kelio nesužinos. Jis turi kreiptis į vieną iš brolių klausdamas: „Ar tavo brolis pasakytų, kad šis kelias veda link ežero?“ Jei išgirsime atsakymą „taip“, tai tas kelias neveda link ežero, o jeigu „ne“, tuomet – veda. Panagrinėkim atvejį, jeigu išgirdome atsakymą „taip“. Iš tiesų, jeigu pataikėme paklausti Garbio, tai jis, žinodamas, kad šis kelias neveda link ežero ir kad brolis meluos, sakydamas „taip“, tą ir patvirtina. Jeigu paklausėme Gurbio, tai jis žinos, kad brolis pasakys „ne“, bet, būdamas melagis, atsakys „taip“. Taigi, šis kelias link ežero tikrai neveda. Analogiškai samprotaudami suprantame, kad jeigu išgirsime atsakymą „ne“, tai reikš, kad tas kelias veda link ežero.